MADRID - ESTABILIZACIÓN - 2023

1º Probar que la siguiente sucesión $b_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n!}$ converge y hallar su límite.

Es evidente que el $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ ya que $n!$ es creciente.

Probemos que $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ con lo que habremos probado que es convergente y que su límite es cero.

$\lim_{n\to\infty} b_n = 0 \iff \forall \varepsilon > 0 \; \exists n_0$ tal que $\forall n \geq n_0 \; |b_n - 0| < \varepsilon$

$\iff \forall \varepsilon > 0 \; \exists n_0$ t.q. $\forall n \geq n_0 \; \left|(-1)^n \cdot \frac{1}{n!}\right| < \varepsilon$

Se tiene que cumplir que $\left|\frac{1}{n!}\right| < \varepsilon \quad \forall n \geq n_0$

Como $n!$ es creciente ~~basta~~ con tomar no tal que $n_0! > \frac{1}{\varepsilon}$

por ejemplo $n_0! > E\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + 1$ $E \equiv$ parte entera

luego tenemos que $\forall \varepsilon > 0 \; \exists n_0$ (basta con elegir n_0 que cumpla $n_0! > E(1/\varepsilon) + 1$) tal que $\forall n \geq n_0$

se cumple $|b_n| = \frac{1}{n!} < \frac{1}{n_0!} < \varepsilon$ #